

TIEMPO, SISTEMA PARA ANALISIS GRAFICO DE SERIES DE TIEMPO

F. Da Silva, E. Granados , B. Lorenzo

Universidad Central de Venezuela
Escuela de Computación
Apartado 47002, Caracas
Venezuela

Resumen

El sistema TIEMPO, es una herramienta computacional diseñada para el análisis gráfico de series de tiempo, provee los modelos de regresión, tendencias polinomiales, suavizamiento y tendencias cíclicas. Opera en un microcomputador IBM-PC o compatible, y posee un alto grado de "amigabilidad al usuario", una presentación gráfica avanzada, uso del producto LOTUS 1-2-3, para captura de los datos de la serie, y un modulo completo de manejo de archivos, incluyendo una interfaz con el sistema operativo MS-DOS.

1.- Introducción.

El estudio y aplicaciones de las series de tiempo, se hace presente en muchas áreas de las ciencias actuales; en economía, en medicina, en el estudio del medio ambiente, Etc.. Una serie de tiempo, no es mas que una secuencia de observaciones ordenadas respecto al tiempo en que fueron colectadas. En nuestros días, el auge de los equipos microcomputadores hace deseable poseer una herramienta, fácil de manejar, que permita al interesado efectuar la modelación de series de tiempo, liberandolo de las tareas de cálculo y graficación de resultados; no así de la interpretación de los mismos y de la posible toma de decisiones en base a ellos.

Los estudios para modelar series de tiempo no son nuevos (Anderson (1971), Anderson y Singpurwalla (1980), Da Silva, Granados y Lorenzo (1986)). La forma de determinar los parámetros del modelo y los posibles test de hipótesis estan perfectamente determinados; lo novedoso es su implantación en un sistema, con facilidades de graficación de los modelos considerados, que pueda funcionar en microcomputadores.

El presente trabajo, tiene como objetivo describir el sistema TIEMPO (sistema diseñado para permitir la modelación, y graficación correpondiente, de series de tiempo usando un microcomputador IBM-PC o compatible). En la sección 2, se describen los modelos implantados. La sección 3, describe el sistema desde el punto de vista del usuario. En la sección 4, se detallan los aspectos computacionales relevantes del sistema. La sección 5, muestra los resultados obtenidos al usar el sistema

sobre un caso de estudio. Finalmente se presentan las conclusiones y posibles líneas futuras de investigación.

2.- Análisis de Series de Tiempo.

Como se mencionó anteriormente, una serie de tiempo no es más que una secuencia de observaciones ordenadas respecto al tiempo en que fueron colectadas. Matemáticamente, una serie de tiempo, es una secuencia de observaciones $y_1, y_2, \dots, y_T$, de las variables aleatorias $Y_1, Y_2, \dots, Y_T$, donde Y_t , es el valor numérico de cierto fenómeno de interés en el tiempo t . Si bien esta definición es bastante general, las series a estudiar deben poseer las siguientes características:

- Datos recolectados a intervalos regulares y discretos del tiempo.
- Valores reales, no limitados a un conjunto finito de valores.
- Ausencia de cambios demasiado abruptos.

Para estudiar las series de tiempo, se usa el siguiente modelo genérico:

$$Y_t = f(t) + U_t, \quad t = 1, \dots, T$$

donde,

- T es el número de observaciones,
- $f(t)$, es la parte determinística, y
- U_t , es la parte aleatoria donde se incluyen los errores de medida y la influencia de otros factores no cuantificables, por ejemplo, el factor humano.

En este modelo se asumen las siguientes hipótesis:

a) El tiempo solo interviene en $f(t)$, esto quiere decir:

- $E(U_t) = 0$,
- $VAR(U_t) = \sigma^2$, y
- las variables U_t , son independientes entre si.

b) $f(t)$ posee coeficientes desconocidos a determinar.

Este modelo genérico, es la base de los siguientes modelos (incluidos en el sistema TIEMPO) :

- Modelo de Regresión:

$$f(t) = B_1 Z_{1t} + \dots + B_p Z_{pt}$$

donde, los B_i , son parámetros desconocidos; y los Z_i , funciones conocidas del tiempo (Z_{it} , es el valor de Z_i en el tiempo t).

Se proveen test de hipótesis para determinar si un parámetro es relevante al modelo o no.

- Modelo Tendencias Polinomiales:

$$f(t) = A_0 \phi_{0T}(t) + \dots + A_p \phi_{pT}(t)$$

donde, los A_i , son parámetros a determinar, y los ϕ_{iT} , polinomios ortogonales que dependen de T .

Se proveen test de hipótesis para determinar si el grado del polinomio es el adecuado o no.

- Modelo Suavizamiento:

Este modelo es una variación del anterior, y se basa en modelar la serie, con un polinomio, por intervalos.

$$f_t(s) = f(t + s) = B_0 + B_1 s + \dots + B_p s^p, \quad s = 0, \pm 1, \dots, \pm m$$

m = longitud del intervalo

p = grado del polinomio

de donde,

$$f(t) = B_0 = \sum_{s=-m}^m C_{-s} y_{t+s}$$

satisfaciendose,

$$\sum_{s=-m}^m C_{-s} = 1 \quad \text{y} \quad C_{-s} = C_{-s}$$

El objetivo es encontrar el estimador de B_0 , o equivalentemente los C_{-s} .

- Modelo Tendencias Ciclicas:

$$f(t) = A_0 + \sum_{j=1}^q [A(k_j) \sin(2\pi k_j t/T) + B(k_j) \cos(2\pi k_j t/T)]$$

cuando T es impar, o

$$f(t) = A_0 + \sum_{j=1}^q [A(k_j)\sin(2\pi k_j t/T) + B(k_j)\cos(2\pi k_j t/T)] + (-1)^t A_{T/2}$$

cuando T es par.

Donde los valores $k_1, k_2, \dots, k_q$, son un subconjunto propio del conjunto $\{1, 2, \dots, (T-1)/2\}$, si T es impar, o del conjunto $\{1, 2, \dots, T/2 - 1\}$, si T es par. Y los valores $A_0, A(k_j), B(k_j)$ y $A_{T/2}$, parámetros a determinar.

Se proveen test de hipótesis para determinar si los parámetros $A(k_j)$ y $B(k_j)$ son relevantes en el modelo o no.

Para una descripción detallada de cada uno de estos modelos, véase Da Silva, Granados y Lorenzo (1986).

3.- TIEMPO, Sistema para Modelar Series de Tiempo.

El sistema TIEMPO, fue diseñado para obtener los parámetros de los modelos descritos en la sección anterior, en ningún caso se toma decisiones en base a ellos. Por ejemplo, si no se satisface una hipótesis se elimina el parámetro, Etc.; este trabajo se deja al usuario que es la persona que puede dar interpretación a los resultados.

El sistema TIEMPO, puede dividirse en tres áreas:

- a) Interacción con el usuario,
- b) Presentación de resultados,
- c) Facilidades adicionales.

3.1.- Interacción con el usuario:

Uno de los objetivos del sistema TIEMPO, es ser "amigable al usuario", esto significa, entre otras cosas, mantener siempre informado al usuario de lo que pasa en el sistema, decirle que sucederá cuando ejecute un comando, y requerirle la menor cantidad de información posible para ejecutar un comando.

La introducción de comandos se hace de la manera siguiente, la primera línea de la pantalla se reserva para los menús y la segunda para la descripción de la opción del menú seleccionada. Las opciones de los menús se seleccionan a través del movimiento de los cursores y se ejecutan pulsando la tecla <ENTER>. Para usuarios avanzados, con presionar la tecla correspondiente a la primera letra en mayúscula de una opción del menú, se ejecuta el comando asociado. Ver Figura 1.

La última línea de la pantalla, se reserva para informar al usuario del estado del sistema. Las restantes, son el área de trabajo del sistema y se describen en la próxima sección.

Este tipo de introducción de comandos, se mantiene a lo largo de todo el sistema, tanto si el usuario desea especificar valores o una función. Para este último caso, se diseñó una máquina de estado finito, que indica al usuario cuales son los posibles elementos que pueden conformar una función. Ver Figura 2.

Un aspecto importante dentro de la interacción con el usuario, es la especificación de los valores de la serie. Dado que una serie de tiempo, puede ser representada como una tabla, donde las filas son los valores de las variables en un instante de tiempo y las columnas las variables en si de la serie; se usa el producto LOTUS 1-2-3, para capturar estos valores. Esto significa, que desde el sistema TIEMPO se hace la interfaz directa a este último producto, el cual será presentado en el punto 4.2 de este trabajo. Cada serie se almacena en un archivo independiente, lo que permite al usuario tener tantas series como desee.

3.2.- Presentación de resultados:

Si bien una tabla, es ideal para almacenar los valores de la serie, por el contrario no lo es para tomar decisiones en forma rápida. Para esto es preferible un gráfico de la serie y de los resultados obtenidos con el modelo. TIEMPO, se basa en esta premisa y mantiene en las líneas tercera a penúltima de la pantalla, un gráfico de la serie, y en el caso de haberse procesado un modelo, de sus resultados. A su vez, se provee un modulo de manejo de gráficos, el cual permite al usuario manipular los mismos, para mejor visualización, impresión y poner los títulos que desee. Ver Figura 3.

El esquema de graficación, se mantiene para la presentación de los resultados estadísticos, en este caso se grafica la variable aleatoria correspondiente y los valores de los estadísticos. Ver Figura 4. En caso de quererse, los valores numéricos del modelo y las aproximaciones; los mismos pueden ser visualizados e impresos. Ver Figura 5.

3.3- Facilidades adicionales:

Un sistema no es completo, si no permite al usuario efectuar todas las funciones que el espera realizar con su objeto de trabajo, para este sistema el objeto son series de tiempo y se representan como archivos. Por lo tanto, se provee un modulo de manejo de archivos genérico, el cual permite copiar, eliminar, borrar y renombrar archivos; así como otras funciones del sistema operativo MS-DOS, incluyendo una interfaz directa con el mismo. Ver Figura 6.

4.- Aspectos computacionales del sistema TIEMPO.

4.1.- Componentes del sistema:

El sistema, fuè desarrollado en el lenguaje Turbo Pascal, sus componentes se muestran en la figura 7; en la misma se observa la serie de archivos y programas que se emplean.

El programa ITIEMPO, es el inicializador del archivo de configuración del sistema (TIEMPO.CNF), en este archivo se almacena el medio ambiente donde se ejecutará el sistema TIEMPO.

El programa TIEMPO, esta compuesto por los siguientes archivos: TIEMPO.COM, TIEMPO.001 a TIEMPO.006 (englobados en la Figura 7, bajo el nombre de TIEMPO), que son los modulos ejecutables, en los mismos se usa la tecnica de solapamiento. El archivo TIEMPO.COM, es el modulo de control y los restantes los archivos de solapamiento. El modulo GRAPHIX (Turbo Tool Graphix) está incluido dentro de los archivos anteriores. Los archivos ERROR.MSG, 8x8.FON y 4x6.FON, son los archivos para el modulo GRAPHIX, los dos ultimos son los archivos donde se almacenan las definiciones de los caràcteres gráficos. El archivo TIEMPO.AYU, contiene los textos de ayuda para el usuario, estos son descripciones de cada uno de los modelos implantados y de los parámetros que debe especificar el usuario para que sean procesados; esta información se muestra al presionar la tecla F1 (Ver Figura 8). El manejador PRTSC.SYS (provisto con el equipo), es usado para imprimir los gráficos.

Los archivos de datos son los siguientes: Los de extensión .DIF, que almacenan los valores de la serie de tiempo, los de extensión .REG, .POL, .SUA y .CIC, que almacenan los resultados del último modelo de regresión, tendencias polinomiales, suavizamiento y tendencias cíclicas, aplicados a la serie de tiempo. De esta forma el usuario puede guardar los resultados de un modelo particular y recuperarlos, de forma automática, la próxima vez que modele la serie. Existe uno de estos archivos por cada archivo de extensión .DIF.

Los elementos del producto LOTUS 1-2-3, son: El programa 123.EXE, que ejecuta el manejo de la hoja electronica (tablas de la serie dentro de TIEMPO); los programas WKSDIF.EXE y DIFWKS.EXE, que se encargan de la transaformación del formato de los archivos que emplea LOTUS al formato de archivos empleado por TIEMPO; y el archivo 123.CNF que contiene la configuración del medio ambiente para LOTUS.

4.2.- Elementos relevantes:

a) Intefaz con LOTUS 1-2-3:

Ejecutar un programa foraneo a Turbo Pascal desde èste, no se

puede hacer en forma directa, si se desea retomar el control de ejecución al finalizar el programa foraneo. Para lograrlo, se requirió incluir una rutina en lenguaje de máquina (Figura 9), que se encarga de salvar los registros de medio ambiente de ejecución del sistema, invocar al programa foraneo, y finalmente restaurar los registros de ejecución dándose control al Run-Time system de Turbo Pascal.

A su vez, leer el formato de datos empleado por LOTUS para manejar sus archivos es prácticamente imposible, debido a la falta de documentación sobre el mismo. A fin de obtener la información de estos archivos, se efectúa una transformación del formato LOTUS al formato DIF (Data Interchange Format) el cual es descrito en Kalish y Mayer (1981), esto es posible por la presencia de los programas DIFWKS.EXE y WKSDIF.EXE.

El último problema que se enfrenta al realizar una interfaz de este tipo es: como decir al programa 123.EXE que tome como archivo de trabajo, el archivo que desee modificar el usuario. LOTUS posee la capacidad de cargar en forma automática el archivo de datos AUTO123.WKS (los archivos de extensión WKS, se encuentran en formato LOTUS) que se encuentre en su directorio de defecto. El sistema TIEMPO, transforma el archivo DIF al archivo AUTO123.WKS y cambia el directorio de defecto de LOTUS (almacenado en el archivo 123.CNF) al directorio donde reside este archivo.

b) Impresión de gráficos:

La impresión de gráficos desde el modulo GRAPHIX, se restringe a un grupo pequeño de impresoras. Sin embargo, MS-DOS provee el manejador PRTSC.SYS que copia el contenido de la pantalla a la impresora que esté conectada al equipo. Este manejador se carga en la inicialización del sistema (si se incluye en el archivo CONFIG.SYS de MS-DOS) y luego puede ser usado desde cualquier lenguaje de programación. Este es el esquema que emplea TIEMPO.

c) Manejo de teclado y pantalla:

El manejo de teclado y pantalla, se realiza a través de rutinas especiales que controlan su funcionamiento, entre ellas tenemos: captura de un carácter, video reverso de una parte de la pantalla, validación de carácter y texto, Etc..

5.- Estudio de casos.

El presente ejemplo es tomado de Anderson y Singpurwalla(1980).

El consumo anual de carne en los Estados Unidos durante el periodo 1919 - 1941, se muestra en la Tabla 1.

Tabla 1

Período de tiempo 1918 + t	Consumo anual de carne y _t
1	171.5
2	167.0
3	164.5
4	169.3
5	179.4
6	179.2
7	172.6
8	170.5
9	168.6
10	164.7
11	163.0
12	162.1
13	160.2
14	161.2
15	165.8
16	163.5
17	146.7
18	160.2
19	156.8
20	156.8
21	165.4
22	174.7
23	178.7

La forma como se introducen los datos usando LOTUS, se muestra en la Figura 10.

Los resultados obtenidos con el sistema TIEMPO, se muestran en las Figuras 11 a 32. Las Figuras 11 a 17, muestran los resultados obtenidos al aplicar el modelo de regresión con la función $f(t) = B_1 + B_2t \cdot \sin(t) + B_3t^2$. Las Figuras 18 a 21, al aplicar el modelo tendencias polinomiales con un polinomio de grado 3. Las Figuras 22 a 24, al aplicar el modelo de suavizamiento en un intervalo de longitud 3 con un polinomio de grado 2. Y finalmente, las Figuras 25 a 32, al aplicar el modelo tendencias ciclicas con el conjunto $\{k_1, k_2, k_3\} = \{3, 6, 9\}$.

6.- Conclusiones.

A pesar de que el trabajo no introduce nada nuevo en el plano teórico, el trabajo computacional en si es totalmente novedoso. Introducir algun modelo de Series de Tiempo nuevo o mejorar alguno de los existentes es un trabajo más complicado. Generalmente, las innovaciones teóricas son para casos muy particulares o son el resultado de una vasta experiencia en el Análisis de Series de Tiempo.

El trabajo, aunque se trata de matemáticas aplicadas a la computación, se relaciona con otras áreas de esta ciencia, por ejemplo :

- Con el área de Programación de Sistemas: Se interactúa con el sistema operativo MS-DOS.
- Con el área de los Lenguajes de Programación: En el módulo de Regresión se da la posibilidad de editar una función.
- Con el área de Computación Gráfica: Todo el manejo y presentación gráfica del sistema está relacionado con esta área.

En lo que corresponde a futuros desarrollos, los resultados obtenidos, inducen a estudiar la implantación de nuevos modelos, tales como filtros de Kalmar y suavizamiento exponencial; también, se espera mejorar la capacidad de graficación, restringida actualmente a 100 observaciones de la serie. Y probablemente, abandonar el uso de LOTUS y diseñar una herramienta de captura solo para las observaciones de la serie.

Agradecimientos

Los autores desean expresar su agradecimiento a los profesores Euripides Montagne y Eliecer Correa del Escuela de Computación, Universidad Central de Venezuela. Por su ayuda en la corrección de este trabajo.

Referencias

- Anderson, T. W. (1971), "The Statistical Analysis of Time Series", John Wiley and Sons Inc..
- Anderson, T. W. and Singpurwalla, N. D. (1980), "Methods and Applications of Time Series Analysis", Department of Statistics Stanford University.
- Da Silva, F. , Granados, E. R. y Lorenzo, B. (1986), "TIEMPO - Sistema para la modelación de Series de Tiempo", Trabajo especial de grado Licenciatura en Computación, Escuela de Computación, Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela.
- Kalish C. and Mayer M. (1981), "DIF : A format for data exchange between Applications Programs", BYTE Noviembre 1981.

Figura 1. Introducción de comandos

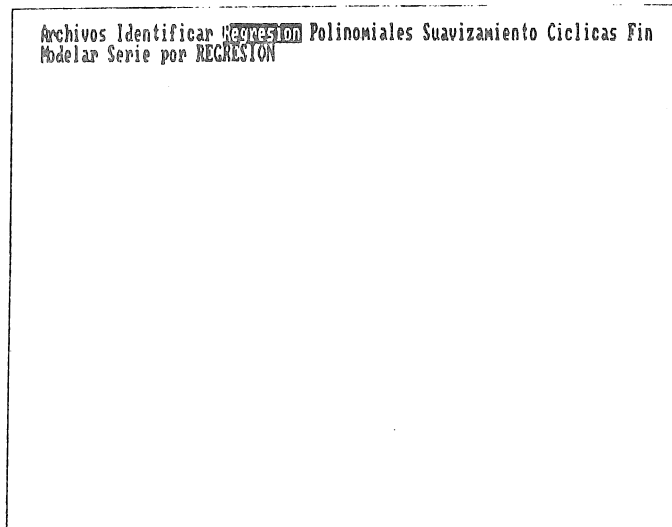


Figura 2. Especificación de una función

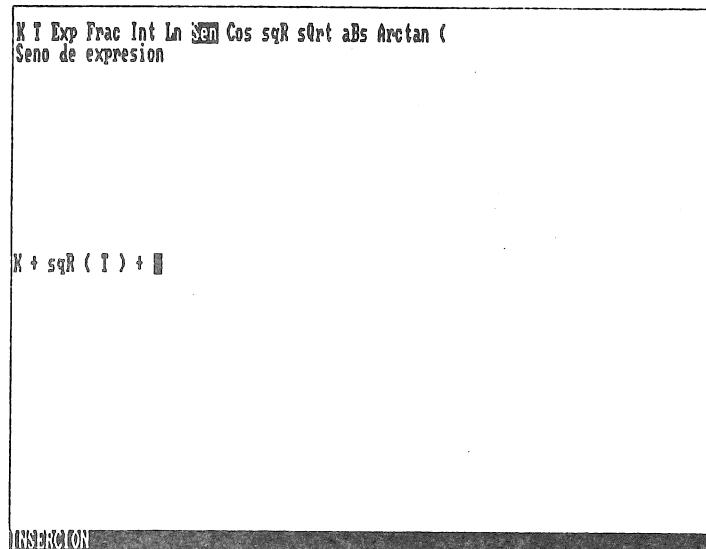


Figura 3. Presentación de resultados

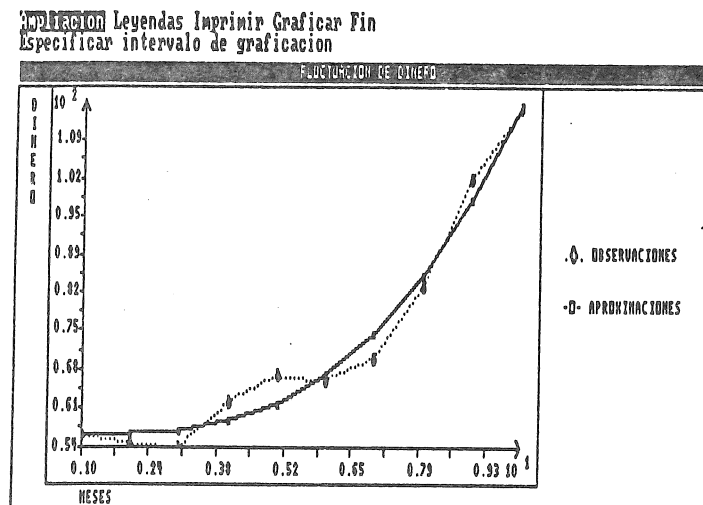


Figura 4. Presentación de estadísticas

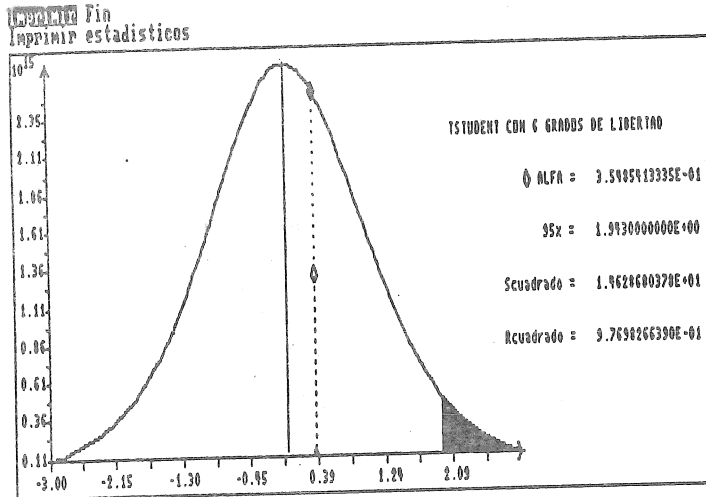


Figura 5. Presentación numérica de resultados

Fin
Imprimir valores

i	Best(i)	i	Best(i)	i	Best(i)
1	1.0383587445E+00	2	-1.2083234415E+00	3	5.5972488038E+01
4	7.5810889427E-02				

Figura 6. Menú para manejar archivos

Crear Editar Driver Path forMatear cOpiar Renombrar Borrar directorio Fin
Ejecutar comando de Dos

Figura 11. Funciones para el modelo de regresión

T I E M P O		MODULO DE IMPRESION	ARCHIVO : DATPOL
REGRESION		EXPRESIONES ARITMETICAS	
NUMERO	EXPRESION		
1	1.000000000E+00		
2	T + Sen (T)		
3	sqR (T)		
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			
21			
22			
23			
24			
25			
26			
27			
28			
29			
30			

Figura 12. Resultado gráfico del modelo de regresión

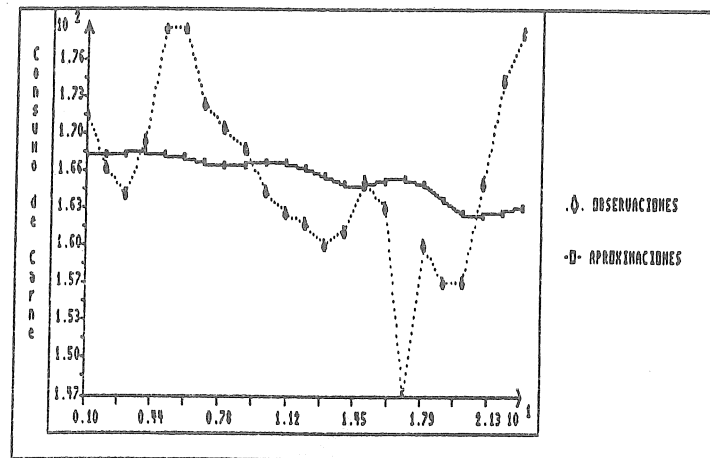


Figura 13. Aproximaciones obtenidas con regresión

T I E M P O		MODULO DE IMPRESION		ARCHIVO : DATPOL	
REGRESION		ESTIMADORES DE LOS Y (t)			
ELEMENTOS DEL MODELO : 1 2 3					
t	Yest (t)	t	Yest (t)	t	Yest (t)
1	1.6813940493E+02	2	1.6807826079E+02	3	1.6809438900E+02
4	1.6819191954E+02	5	1.6818370553E+02	6	1.6790943758E+02
7	1.6745563187E+02	8	1.6712848743E+02	9	1.6713639142E+02
10	1.6741027654E+02	11	1.6744298191E+02	12	1.6698756427E+02
13	1.6612322234E+02	14	1.6541233728E+02	15	1.6530673562E+02
16	1.6569258563E+02	17	1.6592561983E+02	18	1.6540813733E+02
19	1.6419139102E+02	20	1.6300092481E+02	21	1.6259494765E+02
22	1.6302226680E+02	23	1.6350338090E+02		

Figura 14. Parámetros del modelo de regresión

T I E M P O		MODULO DE IMPRESION		ARCHIVO : DATPOL	
REGRESION		ESTIMADORES DE LOS B(i)			
ELEMENTOS DEL MODELO : 1 2 3					
i	Best(i)	i	Best(i)	i	Best(i)
1	1.6821227178E+02	2	-5.0059433672E-02	3	-1.0743291319E-02

Figura 15. Estadístico de B_1

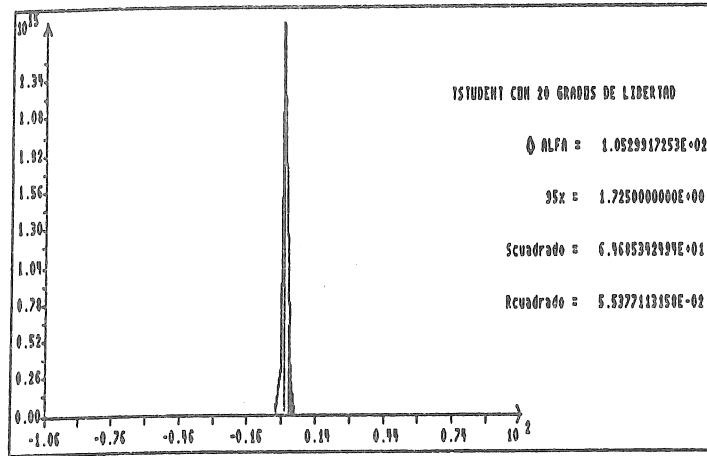


Figura 16. Estadístico de B_2

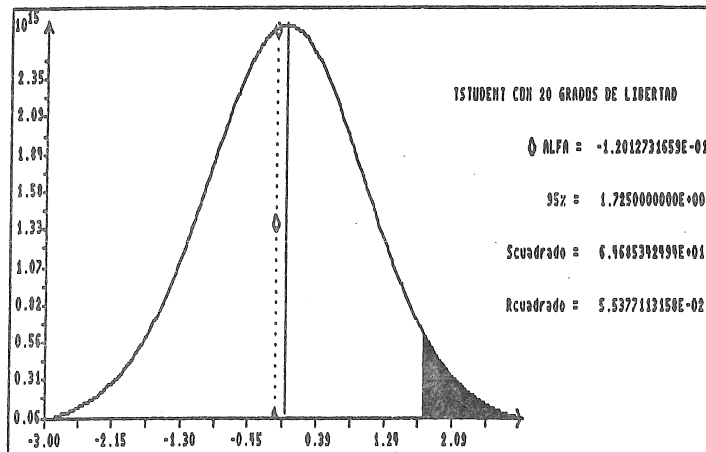


Figura 17. Estadístico de B_3

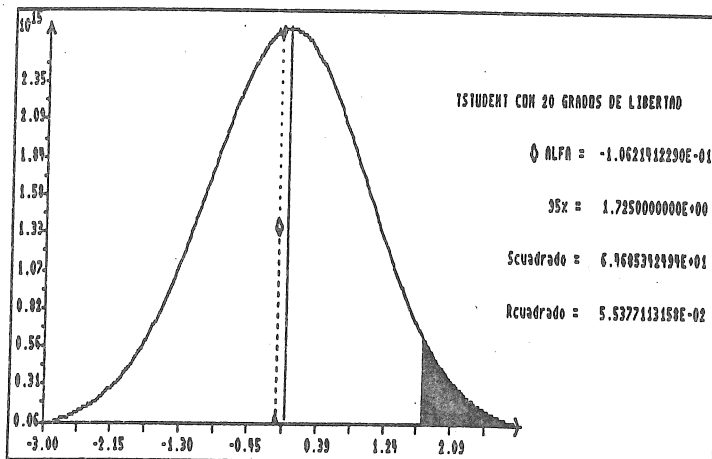


Figura 10. Resultado gráfico del modelo tendencias polinómicas

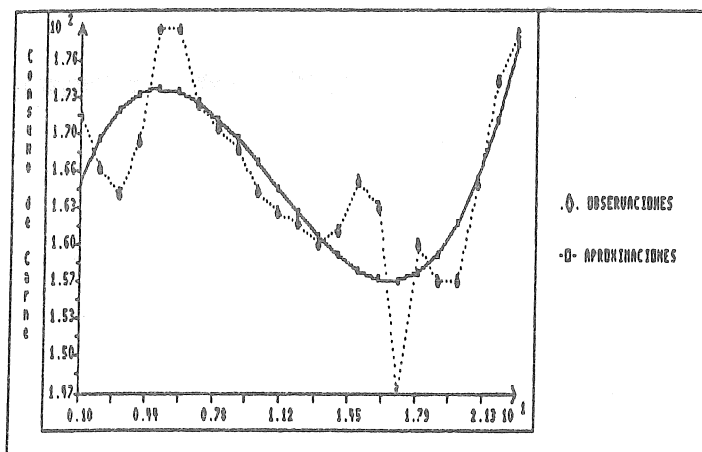


Figura 19. Aproximaciones obtenidas con tendencias polinómicas

T I E M P O			MODULO DE IMPRESION			ARCHIVO : DATPOL		
TENDENCIAS POLINOMIALES			ESTIMADORES DE LOS Y(t)			GRADO POLINOMIO : 3		
t	Yest(t)		t	Yest(t)		t	Yest(t)	
1	1.4580468227E+02		2	1.4943588325E+02		3	1.7192677757E+02	
4	1.7339011076E+02		5	1.7385862833E+02		6	1.7358507579E+02	
7	1.7266219867E+02		8	1.7122274247E+02		9	1.6939949272E+02	
10	1.6732507492E+02		11	1.6513233460E+02		12	1.6295403727E+02	
13	1.6092286843E+02		14	1.5917159362E+02		15	1.5783295835E+02	
16	1.5703970812E+02		17	1.5492438845E+02		18	1.542034487E+02	
19	1.5925972288E+02		20	1.6197544801E+02		21	1.6590032576E+02	
22	1.7116704165E+02		23	1.7790836120E+02				

Figura 20. Parámetros del modelo tendencias polinómicas

T I E M P O			MODULO DE IMPRESION			ARCHIVO : DATPOL		
TENDENCIAS POLINOMIALES			ESTIMADORES DE LOS A(p)			GRADO POLINOMIO : 3		
p	Aest(p)		p	Aest(p)		p	Aest(p)	
0	1.6619130435E+02		1	-3.7905138341E-01		2	7.3374251834E-02	
3	2.2124252559E-02							

Figura 21. Estadístico asociado al grado del polinomio

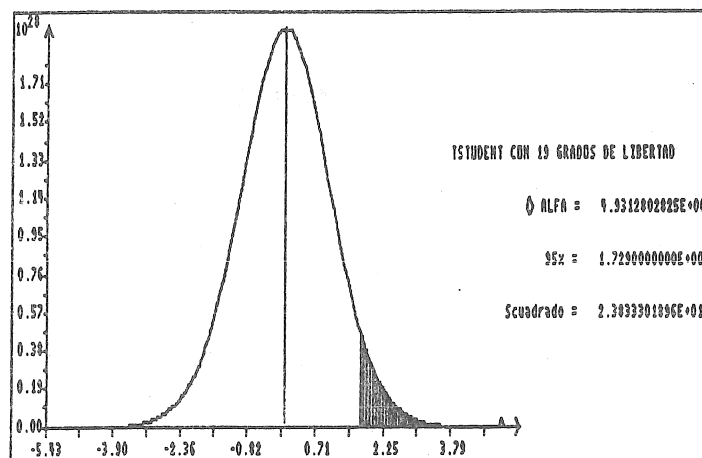


Figura 21. Resultado gráfico modelo suavizamiento

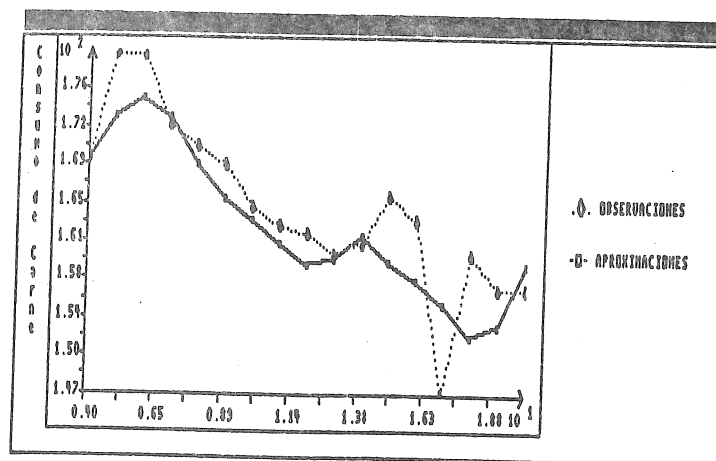


Figura 23. Aproximaciones obtenidas con el modelo suavizamiento

T I E M P O		MODULO DE IMPRESION		ARCHIVO : DATPOL	
SUAVIZAMIENTO		ESTIMADORES DE LOS Y(t)		GRADO POLINOMIO : 2 LONG. INT. : 3	
t	Yest(t)	t	Yest(t)	t	Yest(t)
4	1.6932942177E+02	5	1.7334064626E+02	6	1.7507602041E+02
7	1.7330423170E+02	8	1.6980068027E+02	9	1.6540153061E+02
10	1.6348622449E+02	11	1.6112942177E+02	12	1.5913741496E+02
13	1.5954608843E+02	14	1.6198622449E+02	15	1.5928144258E+02
16	1.5761426571E+02	17	1.5529623850E+02	18	1.5243197279E+02
19	1.5330255102E+02	20	1.5923860544E+02		

Figura 24. Parámetros del modelo suavizamiento

T I E M P O		MODULO DE IMPRESION		ARCHIVO : DATPOL	
SUAVIZAMIENTO		ESTIMADORES DE LOS Cs		GRADO POLINOMIO : 2 LONG. INT. : 3	
s	Cs	s	Cs	s	Cs
0	3.3163265306E-01	1	2.8401360544E-01	2	1.4115644258E-01
3	-9.6938775510E-02				

Figura 25. Resultado gráfico modelo tendencias cíclicas

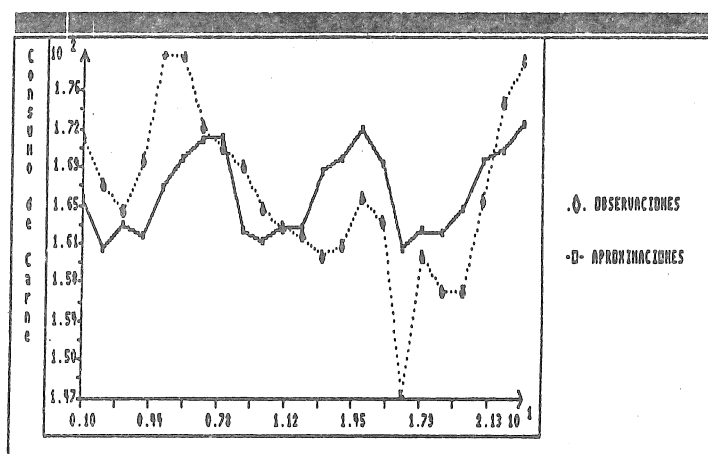


Figura 26. Aproximaciones obtenidas modelo tendencias cíclicas

T I E M P O		MODULO DE IMPRESION		ARCHIVO : DATPOL	
TENDENCIAS CICLICAS		ESTIMADORES DE LOS V(t)		NUMERO TERMINOS SERIE : 3	
t	Yest(t)	t	Yest(t)	t	Yest(t)
1	1.6567129354E+02	2	1.6079165755E+02	3	1.6319735020E+02
4	1.6217879168E+02	5	1.6658098448E+02	6	1.6936068540E+02
7	1.7122546434E+02	8	1.7155863432E+02	9	1.6269533999E+02
10	1.6166392300E+02	11	1.6293024076E+02	12	1.6293371965E+02
13	1.6822281562E+02	14	1.6952483934E+02	15	1.7235001351E+02
16	1.6899066292E+02	17	1.6097867394E+02	18	1.6271438009E+02
19	1.6234953534E+02	20	1.6458386264E+02	21	1.6910522210E+02
22	1.7011874990E+02	23	1.7267369766E+02		

Figura 27. Parámetros modelo tendencias cíclicas

T I E M P O		MODULO DE IMPRESION		ARCHIVO : DATPOL	
TENDENCIAS CICLICAS		ESTIMADORES DE LOS A(Kq)		NUMERO TERMINOS SERIE : 3	
Kq	A(Kq)	Kq	A(Kq)	Kq	A(Kq)
0	1.6619130435E+02	3	4.0194945615E+00	6	1.2307214074E+00
9	1.2321773443E+00				

Figura 28. Parámetros modelo tendencias cíclicas

T I E M P O		MODULO DE IMPRESION		ARCHIVO : DATPOL	
TENDENCIAS CICLICAS		ESTIMADORES DE LOS B(Kq)		NUMERO TERMINOS SERIE : 3	
Kq	B(Kq)	Kq	B(Kq)	Kq	B(Kq)
3	-3.2506303632E+00	6	-4.8028713901E-01	9	1.0000458432E+00

Figura 29. Estadísticos asociados a A(k₁) y B(k₁)

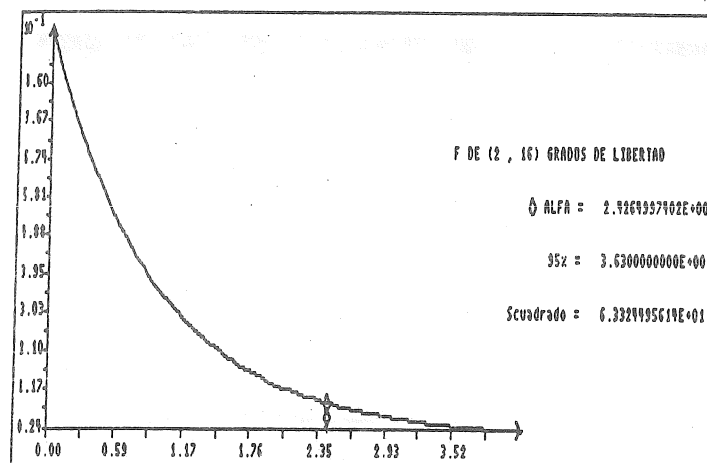


Figura 30. Estadísticos asociados a $\lambda(k_2)$ y $S(k_2)$

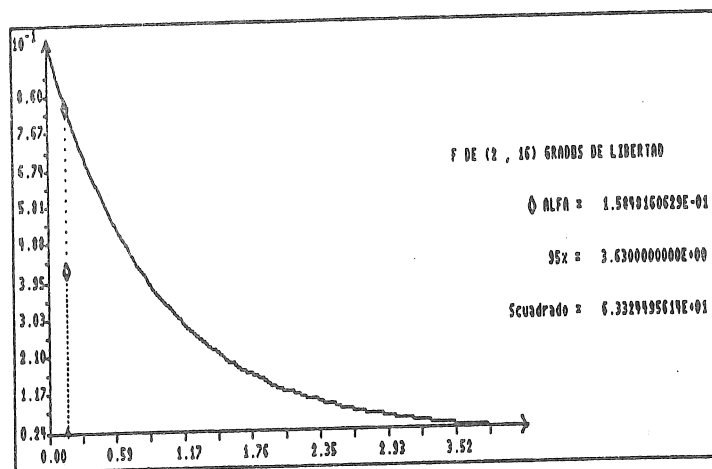


Figura 31. Estadísticos asociados a $\lambda(k_3)$ y $S(k_3)$

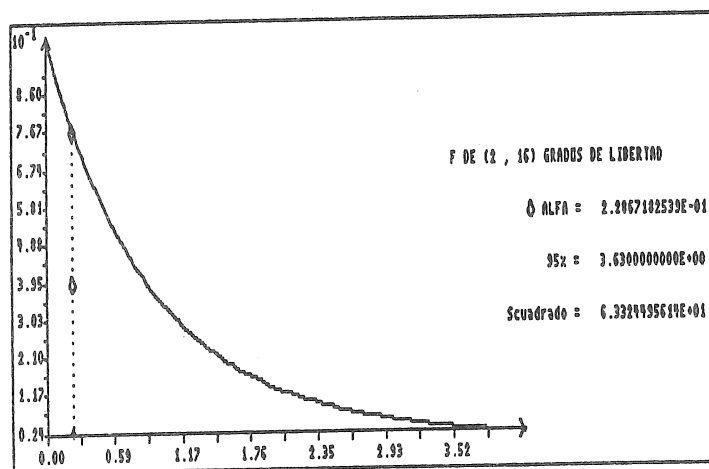


Figura 32. Espectrograma del modelo tendencias cíclicas

